SET–A

Roll No. [ ]

Total No. of Printed Pages—24

607 R/E
(Regular/Ex-Regular)
M
(Arts/Science)
(For Students registered in 2024 and 2023)

2 0 2 6 (A)

MATHEMATICS

ARTS/SCIENCE

Full Marks : 80

Time : 3 hours

The figures in the right-hand margin indicate marks

ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଶ୍ନର ମୂଲ୍ୟାଙ୍କ ସୂଚାଉଛି

Answer the questions as per instructions given in each Group

ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଭାଗରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଅନୁଯାୟୀ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ

Electronic gadgets are not allowed in the Examination Hall

ପରୀକ୍ଷା ହଲ୍‌ରେ ଇଲେକ୍‌ଟ୍ରୋନିକ ଯନ୍ତ୍ର ବ୍ୟବହାର ନିଷେଧ ଅଟେ

GROUP—A

କ—ବିଭାଗ

(*Marks* : 20)

(ନମ୍ବର : 20)

1. Answer *all* questions by choosing the correct alternatives given against each question : 1×20=20

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବିକଳ୍ପଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ସଠିକ୍ ବିକଳ୍ପଟିକୁ ବାଛି **ସମସ୍ତ** ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If R is the relation $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$ on $A = \{1, 2, 3\}$, then which one of the following is true for R?

ଯଦି $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$, $A = \{1, 2, 3\}$ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ସମ୍ବନ୍ଧ ହୁଏ, ତେବେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି R ପାଇଁ ସତ୍ୟ?

(i) Reflexive but not symmetric

ସ୍ୱତୁଲ୍ୟ କିନ୍ତୁ ପ୍ରତିସମ ନୁହେଁ

(ii) Reflexive but not transitive

ସ୍ୱତୁଲ୍ୟ କିନ୍ତୁ ସଂକ୍ରାମକ ନୁହେଁ

(iii) Symmetric and transitive

ପ୍ରତିସମ ଓ ସଂକ୍ରାମକ

(iv) Neither symmetric nor transitive

ପ୍ରତିସମ ନୁହେଁ କି ସଂକ୍ରାମକ ନୁହେଁ

(b) Write the value of $\cos^{-1}\left(\cos\frac{13\pi}{6}\right)$.

$\cos^{-1}\left(\cos\frac{13\pi}{6}\right)$ ର ମୂଲ୍ୟ ଲେଖ।

(i) $\frac{13\pi}{6}$

(ii) $\frac{7\pi}{6}$

(iii) $\frac{5\pi}{6}$

(iv) $\frac{\pi}{6}$

(c) If the inverse of the matrix $\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ is $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -\frac{1}{2} & \alpha \end{bmatrix}$, then what is the value of α?

ଯଦି $\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସର ବିଲୋମ $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -\frac{1}{2} & \alpha \end{bmatrix}$ ହୁଏ, ତେବେ α ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ?

(i) 2

(ii) 1

(iii) −1

(iv) 3

(Turn Over)

(d) What is the type of the matrix $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$?

$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସର ପ୍ରକାର କ'ଣ?

(i) Scalar

ସ୍କେଲାର

(ii) Diagonal

କର୍ଣ୍ଣ

(iii) Unit

ଏକକ

(iv) Square

ବର୍ଗ

(e) If A is a square matrix, then which of the following assertions is true?

ଯଦି A ଏକ ବର୍ଗ ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସ ହୁଏ, ତେବେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ବକ୍ତବ୍ୟଟି ସତ୍ୟ?

(i) $\det A = -\det A'$

(ii) $\det A = 2\det A'$

(iii) $\det A = \det A'$

(iv) $\det A = 3\det A'$

(f) What is the equation of the line joining $A(1, 3)$ and $B(0, 0)$?

$A(1, 3)$ ଓ $B(0, 0)$କୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଟି କ'ଣ?

(i) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0$

(ii) $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0$

(iii) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0$

(iv) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0$

(g) Write the derivative of $\log(\cos e^x)$.

$\log(\cos e^x)$ର ଅବକଳଜ ଲେଖ।

(i) $-\tan e^x$

(ii) $e^x \tan e^x$

(iii) $-e^x \tan e^x$

(iv) $\tan e^x$

(h) Let $f(x) = \int e^x (x-1)(x-2)\,dx$. Then write the interval in which $f(x)$ decreases.

ମନେକର $f(x) = \int e^x (x-1)(x-2)\,dx$. ତେବେ ଯେଉଁ ଅନ୍ତରାଳରେ $f(x)$ କ୍ଷୟିଷ୍ଣୁ, ତାହା ଲେଖ।

(i) $(-\infty, -2)$

(ii) $(-2, -1)$

(iii) $(1, 2)$

(iv) $(2, +\infty)$

(i) Write the value of $\int e^x (\sin x - \cos x)\,dx$.

$\int e^x (\sin x - \cos x)\,dx$ ର ମୂଲ୍ୟ ଲେଖ।

(i) $-e^x \cos x + c$

(ii) $e^x \sin x + c$

(iii) $-e^x \sec x + c$

(iv) $e^x \operatorname{cosec} x + c$

(j) Write the value of $\int_{-a}^{a} \{f(x) - f(-x)\}\,dx$.

$\int_{-a}^{a} \{f(x) - f(-x)\}\,dx$ ର ମୂଲ୍ୟ ଲେଖ।

(i) 0

(ii) $2f(a)$

(iii) $2f(-a)$

(iv) $2f(0)$

(Continued

(iii) Write the area of the curve $y = \sin x$ between $x = 0$ and $x = \pi$ in sq units.

$y = \sin x$ ବକ୍ରର $x = 0$ ଓ $x = \pi$ ମଧ୍ୟସ୍ଥ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବର୍ଗ ଏକକରେ ଲେଖ।

(i) 3

(ii) 4

(iii) 2

(iv) 5

(iv) What is the degree of the differential equation $\frac{d^4y}{dx^4} - \sin\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) = 0$?

$\frac{d^4y}{dx^4} - \sin\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) = 0$ ଅବକଳ ସମୀକରଣର ଘାତ କେତେ?

(i) 4

(ii) 3

(iii) 0

(iv) Undefined
ଅନିର୍ଦ୍ଧାରିତ

(m) If $2\vec{a}+3\vec{b}-5\vec{c}=\vec{0}$, then write the ratio in which $\vec{c}$ divides $\overline{AB}$, where the position vectors of A and B are respectively $\vec{a}$ and $\vec{b}$.

ଯଦି $2\vec{a}+3\vec{b}-5\vec{c}=\vec{0}$, ତେବେ $\vec{c}$, $\overline{AB}$ କୁ ଯେଉଁ ଅନୁପାତରେ ବିଭକ୍ତ କରେ ତାହା ଲେଖ, ଯେଉଁଠାରେ A ଓ Bର ସ୍ଥିତି ଦିଶାଙ୍କ ଯଥାକ୍ରମେ $\vec{a}$ ଓ $\vec{b}$ ଅଟେ।

(i) 3 : 2 internally
3 : 2 ଅନ୍ତଃସ୍ଥଭାବେ

(ii) 3 : 2 externally
3 : 2 ବହିଃସ୍ଥଭାବେ

(iii) 2 : 3 internally
2 : 3 ଅନ୍ତଃସ୍ଥଭାବେ

(iv) 2 : 3 externally
2 : 3 ବହିଃସ୍ଥଭାବେ

(n) Write the projection of the vector $\hat{i}-\hat{j}$ on the vector $\hat{i}+\hat{j}$.

$\hat{i}-\hat{j}$ ର $\hat{i}+\hat{j}$ ଉପରେ ଅଭିକ୍ଷେପ ଲେଖ।

(i) 0

(ii) 1

(iii) -1

(iv) 2

(o) If a line makes angles of 30° and 45° with X-axis and Y-axis respectively, then what is the angle made by it with Z-axis?

ଯଦି ଏକ ରେଖା କ୍ରମଶଃ X-ଅକ୍ଷ ଓ Y-ଅକ୍ଷ ସହିତ 30° ଏବଂ 45° କୋଣ କରେ, ତେବେ ଏହା Z-ଅକ୍ଷ ସହିତ କେଉଁ କୋଣ କରିବ?

(i) 45°

(ii) 60°

(iii) 120°

(iv) Cannot be determined

ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରାଯାଇ ପାରିବ ନାହିଁ

(p) Write the angle between the lines through the points (4, 7, 8), (2, 3, 4) and (–1, –2, 1), (1, 2, 5).

(4, 7, 8), (2, 3, 4) ଓ (–1, –2, 1), (1, 2, 5) ବିନ୍ଦୁମାନ ଦେଇ ଯାଉଥିବା ରେଖାଗୁଡ଼ିକର ମଧ୍ୟସ୍ଥ କୋଣ ଲେଖ।

(i) $\frac{\pi}{2}$

(ii) $\frac{\pi}{4}$

(iii) 0

(iv) $\frac{\pi}{6}$

(q) What is the objective function of an LPP?

ଗୋଟିଏ LPPର ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଫଳନଟି କ'ଣ?

(i) A constant

ଗୋଟିଏ ଧ୍ରୁବକ

(ii) A function to be optimized

ଗୋଟିଏ ଫଳନ ଯାହାର ଇଷ୍ଟତମ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବ

(iii) A relation between the variables

ଚଳଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ସମ୍ବନ୍ଧ

(iv) Non-negative restriction

ଅଣରଣାତ୍ମକ ନିବନ୍ଧନ

(r) What is the maximum value of $Z = 3x + 4y$ subject to the constraints $x + y \leq 4$, $x \geq 0$ and $y \geq 0$?

$Z = 3x + 4y$ ର ଗରିଷ୍ଠ ମାନ କେତେ ଯେପରିକି $x + y \leq 4$, $x \geq 0$ ଏବଂ $y \geq 0$?

(i) 12

(ii) 14

(iii) 16

(iv) 19

(s) If $P(B) = 0 \cdot 5$ and $P(A \cap B) = 0 \cdot 32$, then write the value of $P(A \mid B)$.

ଯଦି $P(B) = 0 \cdot 5$ ଓ $P(A \cap B) = 0 \cdot 32$, ତେବେ $P(A \mid B)$ର ମୂଲ୍ୟ ଲେଖ।

(i) $\frac{15}{23}$ (ii) $\frac{16}{25}$

(iii) $\frac{16}{27}$ (iv) $\frac{16}{23}$

(t) In a box containing 100 bulbs, 10 are defective. Write the probability that out of a sample of 5 bulbs, none is defective.

100 ବଲ୍‌ବ ଧାରଣ କରିଥିବା ବାକ୍ସରେ 10ଟି ଖରାପ ବଲ୍‌ବ ଅଛି। 5 ବଲ୍‌ବ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସାମ୍ପଲ୍‌ରେ କୌଣସି ଖରାପ ବଲ୍‌ବ ନଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(i) 10^{-1} (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^5$

(iii) $\left(\frac{9}{10}\right)^5$ (iv) $\frac{9}{10}$

GROUP—B

ଖ—ବିଭାଗ

(*Marks* : 12)

(ନମ୍ବର : 12)

2. Answer any *six* questions : $2\times6=12$

ଯେକୌଣସି ଛଅଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Write the relation $R=\{(x, y):(2x-y)=0\}$ on $A=\{1, 2, 3, \ldots, 13\}$ in tabular form. Determine its type.

$A=\{1, 2, 3, \ldots, 13\}$ ଉପରିସ୍ଥ ସମ୍ବନ୍ଧ $R=\{(x, y):(2x-y)=0\}$ ର ସାରଣୀବଦ୍ଧ ରୂପ ଲେଖ। ଏହାର ପ୍ରକାର ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର।

(b) Show that the function $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ defined by $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ $\forall\ x\in\mathbb{R}$ is not onto.

ଦର୍ଶାଅ ଯେ $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ $\forall\ x\in\mathbb{R}$ ଦ୍ଵାରା ପରିଭାଷିତ ଫଳନଟି ଅନ୍ଟୁ ନୁହେଁ।

(c) Test whether the relation $R=\{(m, n): m+n$ is not divisible by $3\}$ on $\mathbb{Z}$ is reflexive or transitive.

ପରୀକ୍ଷା କର

$R = \{(m, n) : m + n,$ 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହୁଏ$\}$

ସମ୍ବନ୍ଧଟି $\mathbb{Z}$ ଉପରେ ସ୍ୱତୁଲ୍ୟ କି ସଂକ୍ରାମକ।

(d) Write the principal value branch of $\cos^{-1}$ function and state the range of $\sec^{-1}$ function.

$\cos^{-1}$ ଫଳନର ମୁଖ୍ୟ ମାନ ଶାଖାଟି ଲେଖ ଓ $\sec^{-1}$ ଫଳନର ବିସ୍ତାର ଉଲ୍ଲେଖ କର।

(e) Find the value of $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$.

$\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର।

(f) Find the set of points where the function $f(x) = |2x - 1|$ is differentiable.

ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେଉଁଠାରେ $f(x) = |2x - 1|$ ଫଳନଟି ଅବକଳନୀୟ।

(g) Show that the four points $(1, 2, 3)$, $(-1, 1, 0)$, $(2, 1, 3)$ and $(1, 1, 2)$ are coplanar.

ଦର୍ଶାଅ ଯେ $(1, 2, 3)$, $(-1, 1, 0)$, $(2, 1, 3)$ ଓ $(1, 1, 2)$ ଚାରୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକସମତଳୀୟ।

(h) Solve the following LPP graphically :

ନିମ୍ନଲିଖିତ LPPର ଲେଖଚିତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ ସମାଧାନ କର :

Maximize (ଗରିଷ୍ଠ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର)

$$Z = 5x_1 + 6x_2$$

subject to (ଯେପରିକି)

$$2x_1 + 3x_2 \le 6$$
$$x_1 - x_2 \ge 0$$
$$x_1,\ x_2 \ge 0$$

(i) Solve the following linear programming problem graphically :

ନିମ୍ନଲିଖିତ LPPର ଲେଖଚିତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ ସମାଧାନ କର :

Minimize (ଲଘିଷ୍ଠ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର)

$$Z = 3x + 2y$$

subject to (ଯେପରିକି)

$$x + y \ge 8$$
$$3x + 5y \le 15$$
$$x \ge 0,\ y \ge 0$$

(j) Solve the following LPP graphically :

ନିମ୍ନଲିଖିତ LPPର ସମାଧାନ ଲେଖଚିତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ କର :

Minimize (ଲଘିଷ୍ଠ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର)

$$Z = 4x + y$$

subject to (ଯେପରିକି)

$$x + 2y \geq 4$$
$$x \geq 0, \ y \geq 0$$

(k) Find the corner points of the feasible region of the following LPP :

ନିମ୍ନଲିଖିତ LPPର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଇଲାକାର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

Maximize (ଗରିଷ୍ଠ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର)

$$Z = 11x + 7y$$

subject to (ଯେପରିକି)

$$2x + y \leq 6$$
$$x \leq 2$$
$$x \geq 0, \ y \geq 0$$

(Turn Over)

GROUP—C

ଗ—ବିଭାଗ

(*Marks* : 18)

(ନମ୍ବର : 18)

3. Answer any *six* questions : $3\times6=18$

ଯେକୌଣସି ଛଅଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Show that (ଦର୍ଶାଅ ଯେ) $AB = AC$, where (ଯେଉଁଠାରେ)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \ C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

(b) Let

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ and } 10B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ -5 & 0 & \alpha \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

If B happens to be inverse of A, then find the value of α.

ମନେକର

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ ଏବଂ } 10B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ -5 & 0 & \alpha \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

ଯଦି B, Aର ବିଲୋମ ହୁଏ, ତେବେ αର ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର।

(c) Show that (ଦର୍ଶାଅ ଯେ)

$$\begin{vmatrix} a+d & a+d+k & a+d+c \\ c & c+b & c \\ d & d+k & d+c \end{vmatrix} = abc$$

(d) If (ଯଦି) $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix}$ and (ଓ)

$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ yz & zx & xy \\ x & y & z \end{vmatrix}$, then show that (ତେବେ ଦର୍ଶାଅ ଯେ) $\Delta + \Delta_1 = 0$.

(e) If (ଯଦି) $y = (\tan^{-1} x)^2$, then show that (ତେବେ ଦର୍ଶାଅ ଯେ) $(x^2+1)^2 y_2 + 2x(x^2+1)y_1 - 2 = 0$.

(f) **Find the area enclosed by two parabolas $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4ay$.**

$y^2 = 4ax$ ଓ $x^2 = 4ay$ ପାରାବୋଲାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟସ୍ଥ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(g) Evaluate (ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କର) :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$$

(h) If (ଯଦି) $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ and (ଓ) $\vec{c} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, then find (ତେବେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$.

(i) If $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$, $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ are the position vectors of the points *A*, *B*, *C* respectively, then prove that *ABC* is a right-angled triangle.

ଯଦି $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$, $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$, ଯଥାକ୍ରମେ *A*, *B*, *C* ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସ୍ଥିତି ଦିଶାଙ୍କ ହୁଏ, ତେବେ ଦର୍ଶାଅ ଯେ *ABC* ତ୍ରିଭୁଜଟି ସମକୋଣୀ।

(j) Find the coordinates of the point where the perpendicular from the origin meets the line joining the points (– 9, 4, 5) and (11, 0, – 1).

ମୂଳ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ (– 9, 4, 5) ଓ (11, 0, – 1) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକରୁଥିବା ରେଖା ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ, ରେଖାକୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ, ତାହାର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(k) Find the vector and Cartesian equations of the line that passes through (3, – 2, – 5) and (3, – 2, 6).

(3, – 2, – 5) ଓ (3, – 2, 6) ମଧ୍ୟଗାମୀ ରେଖାର ଦିଶାଙ୍କ ଓ କାର୍ଟେସିଆନ ସମୀକରଣମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

GROUP—D

ଘ—ବିଭାଗ

(*Marks* : 30)

(ନମ୍ବର : 30)

4. Answer any *six* questions : 5×6=30

ଯେକୌଣସି **ଛଅଟି** ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Test whether the relation $R = \{(m, n) : 3 \text{ divides } m - n\}$ on $\{1, 2, 3, \ldots, 10\}$ is reflexive, symmetric or transitive. What is the conclusion?

$\{1, 2, 3, \ldots, 10\}$ ଉପରିସ୍ଥ $R = \{(m, n) : 3 \text{ divides } m - n\}$ ସମ୍ବନ୍ଧଟି ସ୍ୱତୁଲ୍ୟ, ପ୍ରତିସମ କି ସଂକ୍ରାମକ ହେବ, ପରୀକ୍ଷା କର। ଉପସଂହାରଟି କ'ଣ?

(b) Examine the function

$$f : (-1, 1) \to \mathbb{R},\ f(x) = \frac{x}{1 - x^2}$$

for injectivity and surjectivity. Also find the value of

$$\tan^{-1}\left[2\sin\left(2\cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]$$

(Turn Over)

$f:(-1,1)\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{x}{1-x^2}$ ଫଳନଟି ଏକୈକ ଓ ଆଚ୍ଛାଦକ କି ନୁହେଁ, ପରୀକ୍ଷା କର। ପୁନଶ୍ଚ $\tan^{-1}\left[2\sin\left(2\cos^{-1}\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]$ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର।

(c) Find the inverse of the following matrix using elementary row operations :

ପ୍ରାଥମିକ ପଂକ୍ତି ପ୍ରକ୍ରିୟା ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସର ବିଲୋମ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

(d) Show that (ଦର୍ଶାଅ ଯେ)

$$\begin{vmatrix} b+c & a+b & a \\ c+a & b+c & b \\ a+b & c+a & c \end{vmatrix} = a^3+b^3+c^3-3abc$$

(e) Find the altitude of a right circular cylinder of maximum volume inscribed in a sphere of radius r.

r ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଗୋଲକର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ସର୍ବାଧିକ ଆୟତନର ଲମ୍ବ ବୃତ୍ତୀୟ ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(f) Solve (ସମାଧାନ କର) :

$$(4x + 6y + 5)dx - (2x + 3y + 4)dy = 0$$

(g) If $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{C} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 7\hat{k}$, then find the vector $\vec{R}$ which satisfies $\vec{R} \times \vec{B} = \vec{C} \times \vec{B}$ and $\vec{R} \cdot \vec{A} = 0$.

ଯଦି $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ଓ $\vec{C} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 7\hat{k}$ ହୁଏ, ତେବେ ଦିଶାଙ୍କ $\vec{R}$ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର ଯେପରିକି $\vec{R} \times \vec{B} = \vec{C} \times \vec{B}$ ଓ $\vec{R} \cdot \vec{A} = 0$.

(h) Find the shortest distance between the lines

$$\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1} \text{ and } \frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$$

Also find the equation of the line of the shortest distance.

$$\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1} \text{ ଓ } \frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$$

ରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ନ୍ୟୂନତମ ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। ଆଉମଧ୍ୟ ନ୍ୟୂନତମ ଦୂରତା ରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(i) Solve the following LPP by graphical method :

ଲେଖଚିତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ ନିମ୍ନ LPP ର ସମାଧାନ କର :

Maximize (ଗରିଷ୍ଠ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର)

$$Z = 4x_1 + 3x_2$$

subject to (ଯେପରିକି)

$$x_1 + x_2 \le 50$$
$$x_1 + 2x_2 \le 80$$
$$2x_1 + x_2 \ge 20$$
$$x_1,\ x_2 \ge 0$$

(j) Solve the following LPP by graphical method :

ଲେଖଚିତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଦତ୍ତ LPP ର ସମାଧାନ କର :

Minimize (ଲଘିଷ୍ଠ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର)

$$Z = 16x + 20y$$

subject to (ଯେପରିକି)

$$x + 2y \ge 10$$
$$x + y \ge 6$$
$$3x + y \ge 8$$
$$x,\ y \ge 0$$

(k) Two groups are competing for the position of the board of directors of a corporation. The probabilities that the first and the second groups will win are 0·6 and 0·4 respectively. Further, if the first group wins, the probability of introducing a new product is 0·7 and the corresponding probability is 0·3 if the second group wins. Then find the probability that the new product introduced was by the second group.

ଦୁଇ ଗୋଷ୍ଠୀ ଗୋଟିଏ ନିଗମର ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ମଣ୍ଡଳୀରେ ପଦ ପାଇବା ପାଇଁ ପ୍ରତିଦ୍ୱନ୍ଦ୍ୱିତା କରୁଛନ୍ତି। ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଗୋଷ୍ଠୀ ଜିତିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଯଥାକ୍ରମେ 0·6 ଓ 0·4. ପୁଣି, ଯଦି ପ୍ରଥମ ଗୋଷ୍ଠୀ ଜିତେ, ତାହାହେଲେ ଏକ ନୂଆ ଉତ୍ପାଦର ଉପସ୍ଥାପନାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 0·7 ଅଟେ ଓ ଯଦି ଦ୍ୱିତୀୟ ଗୋଷ୍ଠୀ ଜିତେ, ଅନୁରୂପ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 0·3 ଅଟେ। ନୂଆ ଉତ୍ପାଦ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଗୋଷ୍ଠୀ ଦ୍ୱାରା ଉପସ୍ଥାପିତ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(l) From a box containing 32 bulbs out of which 8 are defective, 4 bulbs are drawn at random successively one after

(Turn Over)

another with replacement. Find the probability distribution of number of defective bulbs. Find the mean.

୩2ଟି ବଲ୍‌ବ ଯେଉଁଥିରୁ ୪ଟି ଖରାପ, ବଲ୍‌ବ ଧାରଣ କରିଥିବା ବାକ୍ସରୁ ଯଦୃଚ୍ଛା ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ ପୁନଃସ୍ଥାପନ ସହ 4ଟି ବଲ୍‌ବ ବାହାର କରାଗଲା। ଖରାପ ବଲ୍‌ବ ସଂଖ୍ୟାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ବଣ୍ଟନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। ମାଧ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

★ ★ ★

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10₹ to 40₹

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये से 40 रुपये तक पायें,

Paytm or Google Pay से