

सत्र 2026–27  
प्रतिदर्श प्रश्न पत्र  
कक्षा–12  
विषय– गणित

विषय कोड– 131

संकेतांक– 324

समय– 03 घण्टे 15 मिनट

पूर्णांक–100

नोट – प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित है।

निर्देश –

1. इस प्रश्न पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।
2. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
3. प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्ट उल्लेख है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।
4. प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सम्मुख अंकित हैं।
5. प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अंत तक करते जाइए। जो प्रश्न न आता हो, उसमें व्यर्थ समय नष्ट न कीजिए।

1. सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए-

(क) मान लीजिए कि  $f(n) = 2n + 3 \quad \forall n \in N$  द्वारा परिभाषित फलन  $f: N \rightarrow N$  है। सही उत्तर चुनिए -

1

(i)  $f$  आच्छादक है।

(ii)  $f$  एकैकी है

(iii)  $f$  एकैकी और आच्छादक है

(iv)  $f$  बहुएक और आच्छादक है

(ख) कथन **A**:  $P=\{1,2,3\}$  पर सम्बन्ध  $R= \{(1,1),(2,2),(3,3)\}$  स्वतुल्य है।

1

**कारण R**: कोई सम्बन्ध तब स्वतुल्य होता है जब प्रत्येक अवयव स्वयं से सम्बंधित हो।

दिए गए प्रश्न में (A) कथन और (R) कारण है। सही विकल्प चुनिए-

(i) A और R दोनों सत्य हैं तथा R, A की सही व्याख्या है।

(ii) A और R दोनों सत्य हैं तथा R, A की सही व्याख्या नहीं है।

(iii) A सत्य है तथा R असत्य है।

(iv) A असत्य है तथा R सत्य है।

(ग)  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$  की घात है- 1

(i) 3

(ii) 2

(iii) 1

(iv) परिभाषित नहीं है।

(घ) दो सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के परिमाण क्रमशः 1 और 2 हैं तथा  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$  है। इन सदिशों के बीच का कोण होगा- 1

(i)  $\pi/2$

(ii)  $\pi/4$

(iii)  $\pi$

(iv)  $\pi/3$

(ङ)  $\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$  का मान है- 1

(i) 0

(ii) -1

(iii) 1

(iv) 3

2. सभी खण्ड हल कीजिए -

(क)  $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$  का मुख्य मान ज्ञात कीजिए। 1

(ख) फलन  $\log \cos(e^x)$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिये। 1

(ग) यदि एक रेखा के दिक् अनुपात -18, 12, -4 हैं तो इसकी दिक्-कोसाइन ज्ञात कीजिए। 1

(घ) सदिश  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिये। 1

(ङ) यदि  $P(A) = \frac{7}{13}$ ,  $P(B) = \frac{12}{13}$  और  $P(A \cap B) = \frac{5}{13}$  है तो  $P(A/B)$  ज्ञात कीजिए। 1

3. सभी खण्ड हल कीजिए -

(क) यदि  $f: R \rightarrow R$  तथा  $g: R \rightarrow R$  फलन क्रमशः  $f(x) = \cos x$  तथा 2

$g(x) = 3x^2$  द्वारा परिभाषित हैं तो  $g \circ f$  तथा  $f \circ g$  ज्ञात कीजिये।

(ख) यदि  $\begin{bmatrix} 2a+b & a-2b \\ 5c-d & 4c+3d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 11 & 24 \end{bmatrix}$  हो तो  $a, b, c$  तथा  $d$  के मान ज्ञात कीजिये। 2

(ग)  $\int \sin^3 x \, dx$  का मान ज्ञात कीजिए। 2

(घ) यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} + 5\hat{j} - 4\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = 4\hat{i} - \lambda\hat{j} + \mu\hat{k}$  परस्पर समांतर हैं तो  $\lambda$  तथा  $\mu$  का मान ज्ञात कीजिए। 2

4. सभी खंड हल कीजिए -

(क) यदि  $x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$  है तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये। 2

(ख) बिंदु  $(5, 2, -4)$  से जाने वाली तथा सदिश  $3\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$  के समान्तर रेखा का सदिश तथा कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

(ग)  $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ 5, & x > 1 \end{cases}$  द्वारा परिभाषित फलन की  $x = 1$  पर सांतत्य की जाँच कीजिये। 2

(घ) यदि A तथा B स्वतंत्र घटनाएं हैं और  $P(A) = \frac{3}{5}$ ,  $P(B) = \frac{1}{5}$  तो  $P(A \cap B)$  ज्ञात कीजिए। 2

5. सभी खंड हल कीजिए-

(क) सिद्ध कीजिए कि किसी समतल में स्थित बिंदुओं के समुच्चय में  $R = \{(P, Q) : \text{बिंदु P की मूल बिंदु से दूरी, बिंदु Q की मूल बिंदु से दूरी के समान हैं}\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध R एक तुल्यता संबंध है। 5

(ख)  $\int \frac{x+2}{2x^2+6x+5} \, dx$  का मान ज्ञात कीजिये। 5

(ग) मान लीजिये कि  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$  तथा  $C = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$  है। एक ऐसा आव्यूह D ज्ञात कीजिये कि  $CD - AB = O$  हो। 5

(घ) रेखाओं  $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  और  $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$  के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

(ङ) सिद्ध कीजिये कि यदि E और F दो स्वतंत्र घटनाएं हैं तो E और F' भी स्वतंत्र घटनाएँ होंगी। 5

6. सभी खंड हल कीजिए-

(क)  $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$  द्वारा प्रदत्त फलन f के स्थानीय उच्चतम और स्थानीय निम्नतम मान ज्ञात कीजिए। 5

(ख) सिद्ध कीजिये कि दो सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के लिए सदैव  $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$  होता है। 5

(ग) यदि  $y = Ae^{mx} + Be^{nx}$  है तो दर्शाइए कि  $\frac{d^2y}{dx^2} - (m+n) \frac{dy}{dx} + mny = 0$  5

(घ) अवकल समीकरण  $\log \left( \frac{dy}{dx} \right) = 3x + 4y$  का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए। 5

दिया हुआ है कि  $y = 0$  यदि  $x = 0$

- (इ) निम्नलिखित व्यवरोधों के अंतर्गत  $z=5x+10y$  का न्यूनतमीकरण कीजिए 5  
 $x+2y \leq 120$ ,  $x+y \geq 60$ ,  $x-2y \geq 0$ ,  $x,y \geq 0$

7. निम्नलिखित में से किसी एक खंड को हल कीजिए-

- (क) (i) यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  तो  $A^2 - 5A + 6I$  का मान ज्ञात कीजिए। 4

- (ii) यदि A तथा B दो सममित आव्यूह हैं, तो सिद्ध कीजिए कि  $(AB - BA)$  एक विषम सममित आव्यूह होगा। 4

- (ख) निम्नलिखित समीकरणों को आव्यूह विधि से हल कीजिए- 8

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

8. निम्नलिखित में से किसी एक खंड को हल कीजिए -

- (क) पानी की एक टंकी का आकार, उर्ध्वाधर अक्ष वाले एक उल्टे लम्ब वृतीय 8  
शंकु है, जिसका शीर्ष नीचे है। इसका अर्द्धशीर्ष कोण  $\theta = \tan^{-1}(0.5)$  है।  
इसमें  $5 \text{ मी}^3/\text{मिनट}$  की दर से पानी भरा जाता है। पानी के स्तर के बढ़ने  
की दर उस क्षण ज्ञात कीजिए जब टंकी में पानी की ऊँचाई 4 मी. है।

- (ख) सिद्ध कीजिए कि दी हुई तिर्यक ऊँचाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का 8  
अर्द्धशीर्ष कोण  $\tan^{-1}(\sqrt{2})$  है।

9. निम्नलिखित में से किसी एक खंड को हल कीजिए -

- (क) दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 8

- (ख)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \, dx$  का मान ज्ञात कीजिए। 8